

京都大学大学院人間・環境学研究科修士課程入学試験問題例

1次試験 専門科目

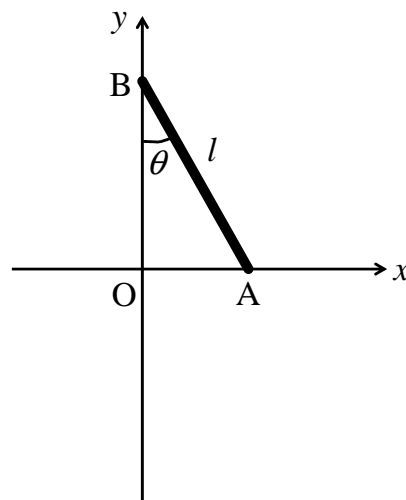
(14. 物理学)

(注意) 解答は、設問(ローマ数字のI、II、III…ごとに別の解答用紙を用いること。

I. II. III. の全問に解答せよ。

I. 図のように質量 m の一様な細い棒の両端 A, B がそれぞれ x 軸、 y 軸上に拘束されている。 y 軸下向きに重力加速度 g で重力が働き、端点 A, B は摩擦なしに動くことができる。また棒と y 軸の間の角度 θ を図のように定義する。時刻 $t=0$ に $\theta = \theta_0$ ($0 < \theta_0 < \frac{\pi}{2}$) の状態から静かに離した後、端点 B は下降し原点 O を通過した。 $0 < \theta < \pi$ の範囲で棒の運動について次の問いに答えよ。

- (1) 棒の重心の座標を (x_G, y_G) , x 軸、 y 軸からの抗力をそれぞれ N, R としたとき、棒の重心の運動方程式を求めよ。
- (2) 棒の重心を通り紙面垂直方向を回転軸とする慣性モーメント I は $\frac{1}{12} m l^2$ であることを示せ。
- (3) 棒の回転運動の運動方程式を求めよ。
- (4) 求めた運動方程式から、この系に関する力学的エネルギーが保存されることを示せ。
- (5) $\frac{d^2\theta}{dt^2}$ および $\frac{d\theta}{dt}$ を θ の関数として求めよ。
- (6) 端点 A の右向き速度の最大値およびその時の $\cos \theta$ の値を求めよ。



II. 同じ中心をもつ半径 R_1, R_2 の2つの球殻の導体がある ($R_1 < R_2$)。2つの導体は真空中にあり、真空の誘電率を ϵ_0 とする。半径 R_1 の内球殻に Q 、半径 R_2 の外球殻に $-Q$ の電荷を与える。

- (1) 同心球殻の中心からの距離を r として、内球殻の内部、2つの球殻の間、外球殻の外部の電場の大きさをそれぞれ求めよ。
- (2) 2つの球殻間の電位差、および、この同心球殻コンデンサ の電気容量を求めよ。
- (3) このコンデンサ に蓄えられる静電エネルギー を求めよ。

次に、この導体系の内球殻を接地し、内球殻と無限遠を同電位にして、外球殻の導体に $-Q$ の電荷を与える。

- (4) 内球殻の導体に誘導される電荷量を求めよ。
- (5) この導体系に蓄えられる静電エネルギー を求めよ。

III. 張力 f で引っ張ったときの長さが x であるゴムひもを考える。熱力学第1法則は

$$dU = TdS + f dx$$

と書ける。ここで U, T, S はそれぞれ内部エネルギー、温度、エントロピーである。以下の問に答えよ。

(1) 次のマクスウェルの関係式が成り立つことを示せ。

$$\left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)_T = -\left(\frac{\partial f}{\partial T}\right)_x$$

以下、張力 f の温度依存性が $a(> 0)$ を定数として $f = axT$ で表されると仮定する。

(2) エントロピー S が

$$S = -\frac{1}{2}ax^2 + g(T)$$

と表されることを示せ。ここで、 $g(T)$ は T のみの関数である。

(3) 内部エネルギーが温度のみの関数になることを示せ。

(4) $C_x = T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_x$ が温度によらないとき、断熱変化において $C_x \log T - \frac{1}{2}ax^2$ が一定になることを示せ。

(5) ゴムを急激に引き伸ばすと温度が上昇することを示せ。ただし、 $C_x > 0$ を仮定してよい。

(6) (4) の仮定が成り立つとき、このゴムひもを用いてカルノーサイクルを行う。高温熱源の温度を T_H 、低温熱源の温度を T_L とする。高温熱源に接した等温過程で x を x_1 から x_2 まで変化させて外に仕事をさせ、次に断熱過程で x_2 から x_3 まで変化させる。続いて低温熱源に接した等温過程で外から仕事を加えて x_3 から x_4 まで変化させ、最後に断熱過程で元の状態に戻す。ただし、操作はすべて準静的に行う。このカルノーサイクルを $x - T$ 平面上に図示せよ。また、効率が $1 - \frac{T_L}{T_H}$ で与えられることを示せ。