

京都大学大学院人間・環境学研究科修士課程入学試験問題(例)

1次試験 専門科目

(22. 情報科学)

(注意) 解答は、設問(ローマ数字の I、II、III……)ごとに別の解答用紙を用いること。

問題Iは必ず解答せよ。さらに問題II~IVから2問選択して解答せよ。

I. 次の語句から3つ選んでそれぞれ解答用紙の5~10行程度の領域を使って説明せよ。

- A) コンパイラ B) VPN C) 文脈自由文法 D) 一階述語論理
E) 最小全域木 F) SVM G) ノイマン型計算機 H) 遅延評価

II. Σ_1, Σ_2 を記号の空でない集合とし、 $L_1 \subseteq \Sigma_1^*, L_2 \subseteq \Sigma_2^*, f: \Sigma_1 \rightarrow \Sigma_2$ とする。 \hat{f} を、 $\hat{f}(\varepsilon) = \varepsilon, s = s_1s_2\dots s_n \in \Sigma_1^*$ のとき $\hat{f}(s) = f(s_1)f(s_2)\dots f(s_n)$ と定義する。さらに $\hat{f}(L_1) = \{\hat{f}(s) | s \in L_1\}, \hat{f}^{-1}(L_2) = \{s \in L_1 | \hat{f}(s) \in L_2\}$ と定義する。以下の命題について証明するか反例を挙げよ。

- $\hat{f}(L_1)$ が正規言語であれば L_1 も正規言語である。
- L_2 が正規言語であれば $\hat{f}^{-1}(L_2)$ も正規言語である。

III. 次のCに似た文法で書かれたプログラムについて答えよ。ただし、任意多倍長整数演算を行うものとする。

```
int f(int x, int y) {
    if(x == y || 2*x == y) return(1);
    return(f(4*x, y) + f(2*x, y));
}
```

- $f(x, y)$ が停止する (x, y) 全体の集合を求めよ。
- x, y 、整数、四則演算、冪乗、2を底とする対数 \log_2 、整数への切捨て、フィボナッチ関数 $\text{fib}(\text{fib}(0) = 0, \text{fib}(1) = 1, \text{fib}(2) = 1, \text{fib}(3) = 2, \dots)$ を用いて $f(x, y)$ を式で表せるか。なお必要であれば1)の集合を有限個に分割し、それぞれにおいて異なる式で表現してもよい。集合を分割したのであれば分割後のそれぞれの集合も示した上で $f(x, y)$ を表す式を具体的に記述してそれが正しいことを示すか、できないことを証明せよ。

IV. 位数2の有限体 $\mathbb{F}_2 = \{0, 1\}$ 上の線形空間 \mathbb{F}_2^k の元 \mathbf{x} について、 $w(\mathbf{x})$ を \mathbf{x} のハミング重みとする。集合 $V_{k,i}$ を $V_{k,i} = \{\mathbf{x} \in \mathbb{F}_2^k | w(\mathbf{x}) = i\}$ と定義する。また m を3より大きい整数として、 $W = V_{m,1} \cup V_{m,m-1}$ とする。 W の元の個数を n とする。ここで H を W の全ての元を列ベクトルとして並べた m 行 n 列の行列とする。集合 \mathcal{C} を $\mathcal{C} = \{\mathbf{x} \in \mathbb{F}_2^n | H\mathbf{x} = \mathbf{0}\}$ と定義する。このとき以下の問いに答えよ。

- m を用いて n を表せ。
- \mathcal{C} の元の個数を求めよ。
- $\mathcal{C} \cap \left(\bigcup_{i=1}^3 V_{n,i} \right) = \emptyset$ を示せ。
- \mathcal{C} の相異なる2つの元の間ハミング距離の最小値を求めよ。