令和８年度　第１回　京都大学大学院人間・環境学研究科　修士課程入学試験問題

専門試験

科目名：012. 情報科学

(注意) 複数の設問がある場合、解答は、設問 (ローマ数字の I、II……) ごとに別の解答用紙を用いること。
ただし、設問の中で解答用紙に関して別途指定がある場合は、それに従うこと。

問題 I,II は必ず解答せよ。さらに問題 III~ 問題 VI から 2 問選択して解答せよ。解答はすべて日本語で記述せよ。

I．　次の語句から 3 つ選んでそれぞれ解答用紙の 5~10 行程度の領域を使って説明せよ。

A) 中間者攻撃　B) JPEG 画像　C) 中心極限定理　D) 機械語
E) 強化学習　F) SSD と HDD　G) 充足可能性問題　H) 貪欲法

II．　与えられた有限グラフ $G = (V, E)$ の連結成分の個数を求めるアルゴリズムを記述したプログラムを作成せよ。G は無向グラフであり、点集合 $V = \{0, 1, 2, \ldots, n-1\}$ として ($n \geq 2$)、プログラムには V そのものの代わりに n が与えられるとし、辺集合 E は V の元のペアの集合として与えられるとする。解答を記述するプログラミング言語は C、Haskell、Java、Python、Ruby、Scheme のうちいずれか 1 つを選択し、解答にどの言語を選んだかを明記せよ。辺集合 E のプログラムでの表現方法 (配列、リストなど) は、選んだ言語に合わせて適宜定めてよい。プログラムでは、先頭にアルゴリズム全体の概略と E の表現方法をコメントとして記述し、他の部分にも適宜コメントを付記せよ。プログラムの文法の正確さについては細部まで厳密にはこだわらなくてもよい。

III．　語 w と記号 x が与えられたとき、「w に x を 1 個追加した語」「w に任意個数の x を追加した語」を、次の (a),(b) のようにそれぞれ定義する。

(a) w に x を 1 個追加した語
$w \neq \varepsilon$ のとき、w の 2 つの記号の間、あるいは w の先頭または末尾に x を 1 個挿入した語。$w = \varepsilon$ のとき、語 x。

(b) w に任意個数の x を追加した語
w に x を 1 個追加した語を作り、作られた語に対して、さらに x を 1 個追加した語を作るというように、w からはじめて、x を 1 個追加した語を作る操作を任意回数 (0 回を含む) 繰り返し適用して作られる語。

Σ と Γ をそれぞれアルファベット $\{\mathrm{a}, \mathrm{b}\}$ および $\{\mathrm{a}, \mathrm{b}, \mathrm{c}\}$ として、以下の問いに答えよ。

(1) Σ 上の正規言語に対し、その言語に属する語に任意個数の c を追加してできる語全体からなる Γ 上の言語は正規言語か。

(2) Γ 上の正規言語に対し、その言語に属する語に任意個数の c を追加してできる語全体からなる Γ 上の言語は正規言語か。

(3) Σ 上の正規言語に対し、その言語に属する語に c を 1 個追加してできる語全体からなる Γ 上の言語は正規言語か。

(4) Γ 上の正規言語に対し、その言語に属する語に c を 1 個追加してできる語全体からなる Γ 上の言語は正規言語か。

令和８年度　第１回　京都大学大学院人間・環境学研究科　修士課程入学試験問題

専門試験

科目名：012. 情報科学

(注意) 複数の設問がある場合、解答は、設問 (ローマ数字の I、II……) ごとに別の解答用紙を用いること。
ただし、設問の中で解答用紙に関して別途指定がある場合は、それに従うこと。

IV．　次の C に似たプログラミング言語で書かれたプログラムについて以下の問いに答えよ。ただしプログラムの実行においては任意多倍長整数演算を行うものとし、式の評価戦略は先行評価であるとする。

```
int f(int x, int y){
    if(x*x == 1 || y*y == 9) return(1);
     return(f(x-2, y-6) + f(x-4, y-12));
}
```

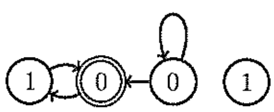
以下では f が停止する (x, y) 全体の集合を F とする。

(1) 集合 F を求め、それが正しいことを示せ。

(2) 集合 F において、x、y、整数、四則演算、冪乗、絶対値、整数への切捨て、2 を底とする対数関数 $\log_2$、フィボナッチ関数 fib (fib(0)=0, fib(1)=1, fib(2)=1, fib(3)=2, ...) を用いて f(x, y) を式で表せるか。なお集合 F を有限個に分割し、それぞれにおいて異なる式で表現してもよい。集合 F を分割した場合は分割後のそれぞれの集合も示した上で、f(x, y) を表す式を具体的に記述してそれが正しいことを示すか、そのような式では f(x, y) は表現できないことを証明せよ。

V．　定数記号 c と 1 変数述語記号 P と 2 変数述語記号 R からなる等号付き一階述語論理の言語 $\mathcal{L}$ を考える。空でない集合 S, $c^{\mathfrak{S}} \in S$, $P^{\mathfrak{S}} \subseteq S$, $R^{\mathfrak{S}} \subseteq S \times S$ からなる組 $\mathfrak{S} = (S; c^{\mathfrak{S}}, P^{\mathfrak{S}}, R^{\mathfrak{S}})$ を $\mathcal{L}$ 構造と呼ぶ。$\mathcal{L}$ 構造 $\mathfrak{S}$ と $\mathcal{L}$ の文 φ の充足関係 $\mathfrak{S} \models \varphi$ を通常通りに定義する。

$\mathcal{L}$ 構造 $\mathfrak{S}$ を次のようにラベル付き頂点を持つ有向グラフとして表記する。各 $x \in S$ を頂点とみなし、$c^{\mathfrak{S}}$ に対応する頂点を二重丸で表記し、その他の頂点を一重丸で表記する。$x \in S$ のラベルは 0 か 1 のいずれかであり、$\neg P^{\mathfrak{S}}(x)$ のときに 0、$P^{\mathfrak{S}}(x)$ のときに 1 と定める。$x, y \in S$ に対し $R^{\mathfrak{S}}(x, y)$ が成り立つとき、そしてそのときに限り、グラフは頂点 x から y への辺をちょうど一つもつ。例えば、$S = \{p, q, r, s\}$, $c^{\mathfrak{S}} = q$, $P^{\mathfrak{S}} = \{p, s\}$, $R^{\mathfrak{S}} = \{(p, q), (q, p), (r, q), (r, r)\}$ のとき、$\mathcal{L}$ 構造 $\mathfrak{S} = (S; c^{\mathfrak{S}}, P^{\mathfrak{S}}, R^{\mathfrak{S}})$ は次のように表記される。



以下の問いに答えよ。

(1) 任意の $\mathcal{L}$ 構造 $\mathfrak{S}$ に対し、$\mathfrak{S} \models \varphi_{\geq 5}$ と「S は 5 個以上の元を持つ」が同値になる $\mathcal{L}$ の文 $\varphi_{\geq 5}$ を書け。

(2) 有限な $\mathcal{L}$ 構造 $\mathfrak{S}$ に対し、$\{x \in S \mid P(x)\}$ の元の個数を $\#P^{\mathfrak{S}}$ とする。次の二つの条件 (a) と (b) を満たす $\mathcal{L}$ の文 φ_E を書け。

　(a) 任意の有限な $\mathcal{L}$ 構造 $\mathfrak{S}$ に対し、$\mathfrak{S} \models \varphi_E$ ならば $\#P^{\mathfrak{S}}$ が偶数になる。

　(b) 任意の正の偶数 n に対し、$\mathfrak{S} \models \varphi_E$ かつ $\#P^{\mathfrak{S}} = n$ を満たす有限な $\mathcal{L}$ 構造 $\mathfrak{S}$ が存在する。

(3) (1),(2) で答えた $\mathcal{L}$ の文 $\varphi_{\geq 5}$ と φ_E について、$\mathfrak{S} \models P(c) \wedge \varphi_{\geq 5} \wedge \varphi_E$ かつ $\#P^{\mathfrak{S}} = 4$ を満たす $\mathcal{L}$ 構造 $\mathfrak{S}$ をラベル付き頂点を持つ有向グラフとして表記せよ。

令和 8 年度　第 1 回　京都大学大学院人間・環境学研究科　修士課程入学試験問題

専門試験

科目名：012. 情報科学

(注意) 複数の設問がある場合、解答は、設問 (ローマ数字の I、II……) ごとに別の解答用紙を用いること。
ただし、設問の中で解答用紙に関して別途指定がある場合は、それに従うこと。

VI.　位数 2 の有限体 $\mathbb{F}_2 = \{0, 1\}$ 上の m 行 n 列の行列全体の集合を ${\mathbb{F}_2}^{m\times n}$ と表す $(m, n \geq 1)$。$X \in {\mathbb{F}_2}^{m\times n}$ に対して $w(X)$ で X の成分のうち 1 であるものの個数を表す。$X, X' \in {\mathbb{F}_2}^{m\times n}$ に対して $d_H(X, X') = w(X + X')$ とする。集合 $\mathcal{S} \subseteq {\mathbb{F}_2}^{m\times n}$ の元の個数を $|\mathcal{S}|$ と表す。また $d_{\min}(\mathcal{S})$ を次のように定義する。

$$d_{\min}(\mathcal{S}) = \begin{cases} \min\{d_H(X, X') \mid X, X' \in \mathcal{S},\ X \neq X'\} & (|\mathcal{S}| > 1) \\ 0 & (|\mathcal{S}| \leq 1) \end{cases}$$

$X \in {\mathbb{F}_2}^{m\times n}$ に対して、${}^tX$ で X の転置行列を表す (${}^tX \in {\mathbb{F}_2}^{n\times m}$)。$G \in {\mathbb{F}_2}^{n\times k}$ に対して、集合 $\mathcal{C}_G$ を次のように定義する $(n, k \geq 1)$。

$$\mathcal{C}_G = \left\{ GX{}^tG \;\middle|\; X \in {\mathbb{F}_2}^{k\times k} \right\}$$

I_n を n 次の単位行列とする。以下の問いに答えよ。

(1) $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ であるとき、$d_{\min}(\mathcal{C}_G)$ を求めよ。

(2) $\mathbf{1}^n$ を全ての成分が 1 である ${\mathbb{F}_2}^{n\times 1}$ の元とする。$G = {}^t\begin{pmatrix} I_n & \mathbf{1}^n \end{pmatrix}$ であるとき、$d_{\min}(\mathcal{C}_G)$ を求めよ。

(3) $P \in {\mathbb{F}_2}^{k\times m}$ が与えられたとして、$G = {}^t\begin{pmatrix} I_k & P \end{pmatrix}$, $\mathcal{G} = \left\{ Gx \;\middle|\; x \in {\mathbb{F}_2}^{k\times 1} \right\}$ として、$d = d_{\min}(\mathcal{G})$ と定義する。d を用いて $d_{\min}(\mathcal{C}_G)$ を表せ。