令和８年度　第２回　京都大学大学院人間・環境学研究科　修士課程入学試験問題

専門試験

科目名：012. 情報科学

(注意) 複数の設問がある場合、解答は、設問 (ローマ数字の I、II……) ごとに別の解答用紙を用いること。
ただし、設問の中で解答用紙に関して別途指定がある場合は、それに従うこと。

問題 I,II は必ず解答せよ。さらに問題 III~ 問題 VI から 2 問選択して解答せよ。解答はすべて日本語で記述せよ。

I． 次の語句から 3 つ選んでそれぞれ解答用紙の 5~10 行程度の領域を使って説明せよ。

A) CPU　B) スコーレム標準形　C) 電子署名　D) ナップサック問題
E) 著作権　F) チューリングマシン　G) 高階関数　H) KL ダイバージェンス

II． n 個のタスクがあり $(n \geq 1)$、それぞれのタスクに $0, 1, \ldots, n-1$ の番号が付けられている。タスクの間には依存関係が存在する場合があり、タスク i をタスク j $(i \neq j)$ より先に実行する必要がある場合、その制約を $\{0, 1, \ldots, n-1\}$ の元の順序対 (i, j) の形で表す。以下、そのような制約を表す順序対の集合を制約集合とよぶ。タスクの個数 n と制約集合 R が与えられたとき、集合 R に含まれる制約を全て満たすようにタスクを実行する順序が存在するかどうかを判定するアルゴリズムを記述したプログラムを作成せよ。解答を記述するプログラミング言語は C、Haskell、Java、Python、Ruby、Scheme のうちいずれか 1 つを選択し、解答にどの言語を選んだかを明記せよ。制約集合および判定結果のプログラムでの表現方法は、選んだ言語に合わせて適宜定めてよい。プログラムでは、先頭にアルゴリズム全体の概略と制約集合、判定結果の表現方法をコメントとして記述し、他の部分にも適宜コメントを付記せよ。プログラムの文法の正確さについては細部まで厳密にはこだわらなくてもよい。

III． L がアルファベット $\Sigma = \{0, 1\}$ 上の正規言語であり、L は無限個の語を含むとする。次の言語 M_1, M_2, M_3 のそれぞれについて、(a) 常に正規言語であるか、(b) 決して正規言語にならないか、(c)L により正規言語になる場合とならない場合があるかを判定して、理由をつけて答えよ。

なお以下で文字列 $s, t \in \Sigma^*$ に対して、st は、文字列 s と t の連結を表す。また文字列 $s \in \Sigma^*$ に対して $|s|$ は s の長さとし、$s = s_0 s_1 \cdots s_{|s|-1}$ とする。

(1) $M_1 = \{w \in \Sigma^* \mid \exists u, v \in L.\ |u| = |v| = |w| \wedge \forall i < |w|.\ w_i \equiv u_i + v_i \pmod 2\}$

(2) $M_2 = \{ww \in \Sigma^* \mid w \in L\}$

(3) $M_3 = \{w \in \Sigma^* \mid w \in L \wedge ww \in L\}$

令和８年度　第２回　京都大学大学院人間・環境学研究科　修士課程入学試験問題

専門試験

科目名：012. 情報科学

(注意) 複数の設問がある場合、解答は、設問 (ローマ数字の I、II……) ごとに別の解答用紙を用いること。
ただし、設問の中で解答用紙に関して別途指定がある場合は、それに従うこと。

IV．

次の C に似たプログラミング言語で書かれたプログラムについて以下の問いに答えよ。ただしプログラムの実行においては任意多倍長整数演算を行うものとし、式の評価戦略は先行評価であるとする。

```
int f(int x, int y){
    if(x == 0) return(y + 2);
    if(y == 0) return(f(x - 2, 2));
    return(f(x - 2, f(x,y - 2)));
}
```

(1) f(4, y) が停止する y 全体の集合を F とする。集合 F を求め、それが正しいことを示せ。

(2) (1) で求めた集合 F において、y、整数、四則演算、冪乗、絶対値、整数への切捨て、2 を底とする対数関数 $\log_2$、フィボナッチ関数 fib (fib(0)=0, fib(1)=1, fib(2)=1, fib(3)=2, ...) を用いて f(4, y) を式で表せるか。なお集合 F を有限個に分割し、それぞれにおいて異なる式で表現してもよい。集合 F を分割した場合は分割後のそれぞれの集合も示した上で、f(4, y) を表す式を具体的に記述してそれが正しいことを示すか、そのような式では f(4, y) は表現できないことを証明せよ。

V．

位数 2 の有限体 $\mathbb{F}_2 = \{0, 1\}$ 上の k 行 m 列の行列全体の集合を ${\mathbb{F}_2}^{k\times m}$ と表す $(k, m \geq 1)$。$X \in {\mathbb{F}_2}^{k\times m}$ に対して $w(X)$ で X の成分のうち 1 であるものの個数を表す。$X, X' \in {\mathbb{F}_2}^{k\times m}$ に対して $d_H(X, X') = w(X + X')$ とする。集合 $\mathcal{S} \subseteq {\mathbb{F}_2}^{k\times m}$ の元の個数を$|\mathcal{S}|$ と表す。また $d_{\min}(\mathcal{S})$ を次のように定義する。

$$d_{\min}(\mathcal{S}) = \begin{cases} \min\{d_H(X, X') \mid X, X' \in \mathcal{S},\, X \neq X'\} & (|\mathcal{S}| > 1) \\ 0 & (|\mathcal{S}| \leq 1) \end{cases}$$

$X \in {\mathbb{F}_2}^{k\times m}$ に対して、${}^tX$ で X の転置行列を表す。$\boldsymbol{x} = {}^t(x_1, x_2, \ldots, x_k), \boldsymbol{y} = {}^t(y_1, y_2, \ldots, y_k) \in {\mathbb{F}_2}^{k\times 1}$ に対して、$\langle \boldsymbol{x}, \boldsymbol{y} \rangle = \sum_{i=1}^{k} x_i y_i$ と定義する。$\mathbf{1}^k$ を全ての成分が 1 である ${\mathbb{F}_2}^{k\times 1}$ の元とする。$X \in {\mathbb{F}_2}^{k\times k}$ に対して、対角線より左あるいは下の成分をすべて 0 に置き換えた上三角行列を $X^{\triangle}$ と表す。集合 $\mathcal{A}_k \subseteq {\mathbb{F}_2}^{k\times k}$ を次のように定義する。

$$\mathcal{A}_k = \left\{ A \in {\mathbb{F}_2}^{k\times k} \;\middle|\; A = (\boldsymbol{a}_1\, \boldsymbol{a}_2 \cdots \boldsymbol{a}_k), \boldsymbol{a}_i \in {\mathbb{F}_2}^{k\times 1}, \langle \boldsymbol{a}_i, \mathbf{1}^k \rangle = 0\,(1 \leq i \leq k), {}^tA = A \right\}$$

以下の問いに答えよ。ただし各問で n は 2 以上の整数とする。

(1) $|\mathcal{A}_n|$ を n を用いて表せ。

(2) $A_1, A_2 \in \mathcal{A}_n$ のとき、$A_1 + A_2 \in \mathcal{A}_n$ を示せ。

(3) $d_{\min}(\mathcal{A}_n)$ を求めよ。

(4) $\mathcal{T}_n = \{A^{\triangle} \mid A \in \mathcal{A}_n\}$ とする。$d_{\min}(\mathcal{T}_n)$ を求めよ。

令和８年度　第２回　京都大学大学院人間・環境学研究科　修士課程入学試験問題

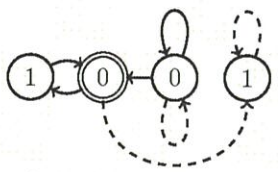
専門試験

科目名：012. 情報科学

(注意) 複数の設問がある場合、解答は、設問 (ローマ数字のI、II……) ごとに別の解答用紙を用いること。
ただし、設問の中で解答用紙に関して別途指定がある場合は、それに従うこと。

VI．　定数記号 c と 1 変数述語記号 P と 2 変数述語記号 R と T からなる等号付き一階述語論理の言語 $\mathcal{L}$ を考える。空でない集合 S, $c^{\mathfrak{S}} \in S$, $P^{\mathfrak{S}} \subseteq S$, $R^{\mathfrak{S}} \subseteq S \times S$, $T^{\mathfrak{S}} \subseteq S \times S$ からなる組 $\mathfrak{S} = (S; c^{\mathfrak{S}}, P^{\mathfrak{S}}, R^{\mathfrak{S}}, T^{\mathfrak{S}})$ を $\mathcal{L}$ 構造と呼ぶ。$\mathcal{L}$ 構造 $\mathfrak{S}$ と $\mathcal{L}$ の文 φ の充足関係 $\mathfrak{S} \models \varphi$ を通常通りに定義する。

$\mathcal{L}$ 構造 $\mathfrak{S}$ を次のようにラベル付き有向多重グラフとして表記する。各 $x \in S$ を頂点とみなし、$c^{\mathfrak{S}}$ に対応する頂点を二重丸で表記し、その他の頂点を一重丸で表記する。$x \in S$ のラベルは 0 か 1 のいずれかであり、$\neg P^{\mathfrak{S}}(x)$ のときに 0、$P^{\mathfrak{S}}(x)$ のときに 1 と定める。$x, y \in S$ に対し $R^{\mathfrak{S}}(x, y)$ が成り立つとき、そしてそのときに限り、頂点 x から y への辺を実線で表記する。$x, y \in S$ に対し $T^{\mathfrak{S}}(x, y)$ が成り立つとき、そしてそのときに限り、頂点 x から y への辺を破線で表記する。例えば、$S = \{p, q, r, s\}$, $c^{\mathfrak{S}} = q$, $P^{\mathfrak{S}} = \{p, s\}$, $R^{\mathfrak{S}} = \{(p, q), (q, p), (r, q), (r, r)\}$, $T^{\mathfrak{S}} = \{(q, s), (r, r), (s, s)\}$ のとき、$\mathcal{L}$ 構造 $\mathfrak{S} = (S; c^{\mathfrak{S}}, P^{\mathfrak{S}}, R^{\mathfrak{S}}, T^{\mathfrak{S}})$ は次のように表記される。



以下の問いに答えよ。

(1) 次の文を充足する $\mathcal{L}$ 構造 $\mathfrak{S}$ をラベル付き有向多重グラフとして表記せよ。$P(c) \wedge (\exists x. \neg P(x)) \wedge (\forall x. R(c, x)) \wedge (\forall x. \forall y. (T(x, y) \leftrightarrow (P(x) \leftrightarrow P(y))))$

(2) 「T が全順序である」を意味する文を書け。

(3) $\mathcal{L}$ 構造の実線のみで構成される道を R-道と呼ぶ。但し、長さ 0 の道も R-道とする。次の二つの条件 (a) と (b) を共に満たす $\mathcal{L}$ の文 φ_R を書くか、そのような文が存在しないことを証明せよ。

　(a) 任意の有限な $\mathcal{L}$ 構造 $\mathfrak{S}$ に対し、$\mathfrak{S} \models \varphi_R$ ならば、$P(x)$ であることと $c^{\mathfrak{S}}$ から x への R-道が存在することが同値である。

　(b) 任意の有限有向グラフ (V, E) と頂点 $p \in V$ に対し

$$P = \{x \in V \mid p\text{ から }x\text{ への }R\text{-道が存在する}\}$$

　としたとき、$T \subseteq V \times V$ を適切に選べば $\mathcal{L}$ 構造 $\mathfrak{S} = (V; p, P, E, T)$ が φ_R を充足する。

(4) (前問 (3) の文 φ_R が存在する場合のみ解答せよ) $V = \{p, q, r, s, t, u\}$、$E = \{(p, q), (q, r), (r, s), (p, t)\}$ とし、P を前問 (3) の (b) と同様に定義する。$\mathcal{L}$ 構造 $\mathfrak{S} = (V; p, P, E, T)$ が前問 (3) の φ_R を充足するように $T \subseteq V \times V$ を適切に選び、$\mathfrak{S}$ をラベル付き有向多重グラフとして表記せよ。